

Travi di funi

Un metodo di calcolo automatico

AUTORE: Carmelo Cultraro, ingegnere civile strutturista

INTRODUZIONE E NOTE GENERALI

Le tensostrutture sono presenti nel panorama delle moderne coperture da parecchi anni, ma le realizzazioni sono tuttora limitate.

Le motivazioni possono essere molteplici ma a mio giudizio principalmente per la necessità di una progettazione sicuramente più sofisticata di quanto usualmente in uso tra i progettisti.

E' noto infatti che tali strutture non possono essere studiate in campo lineare a causa della loro elevata deformabilità, ragion per cui necessitano di un calcolo che tenga conto dei grandi spostamenti conseguenti alle normali sollecitazioni di progetto.

Se a questo si aggiunge la necessità di determinare a priori una situazione di pre-tensione ottimale per una positiva verifica sotto carico, ci si rende conto che occorre disporre di algoritmi di calcolo complessi e soprattutto dedicati al particolare problema. I codici di noti programmi ad elementi finiti che consentono l'analisi in campo non lineare di solito mal si adattano al problema, proprio per la peculiarità della struttura, costringendo il progettista a compromessi non sempre accettabili in campo pratico.

Ciò è emerso al sottoscritto quando, usando un grosso programma ad E.F. (MARC) e discretizzando la trave con elementi asta si è trovato di fronte a problemi di difficile soluzione, quali l'eliminazione di aste diagonali impossibilitate sotto carico a lavorare in compressione. Se il codice di calcolo vede la trave come una trave reticolare soggetta a grandi spostamenti e si eliminano una o più aste di parete che hanno perso sotto carico la pretensione iniziale, nello schema di trave reticolare si rende labile il sistema e non si ottiene alcuna soluzione, a meno di non prevedere espressamente la possibilità di avere aste compresse da realizzare con elementi diversi dalle funi. Occorre quindi avere elementi nativi in sola trazione, trovare il modo di poter inserire delle pretensioni iniziali equilibrate ai nodi ed essere svincolati dagli schemi di travi reticolari. Ciò ad esempio è possibile col Sap2000 e l'elemento cable, avendo inputato una struttura di prova già pretesa e quindi pre-formata.

Prima di descrivere il metodo, sento la necessità di riassumere per i colleghi nuovi a tali problematiche, i principi di funzionamento di una trave di funi. Partendo dalla fune semplice, con cui si realizzarono le prime grandi coperture e denominandola fune portante, è noto che essa assume una data forma parabolica in relazione alla luce, al carico e alla tensione indotta (Fig 1).

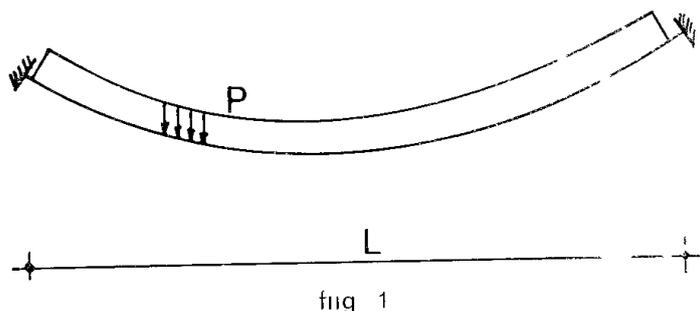


fig 1

Fig. 1 Tipica conformazione parabolica di una fune semplice con un carico distribuito

E' altresì noto che un carico ulteriore rispetto a quello che ha generato la prima deformazione, induce spostamenti inferiori ai precedenti, ovvero la fune diventa più rigida man mano che si aumenta il carico. In effetti la principale remora alle prime realizzazioni era data dalle eccessive deformazioni, che a lungo andare mandavano in malora il manto di copertura, con il rischio di capovolgere la curvatura in caso di forti depressioni dovute al vento. Questi due problemi consigliarono di adottare inizialmente manti di copertura pesanti, sia per limitare le successive deformazioni dovute alle sollecitazioni d'esercizio, sia per scongiurare il ribaltamento della curvatura a causa delle suddette depressioni.

Ovviamente tale soluzione non è tra le migliori e la tecnologia delle funi contrapposte ha brillantemente risolto il problema.

Se prima di caricare la fune portante induciamo in essa una pretensione adatta o per dirla in parole povere, uno « zavorramento fittizio », le deformazioni indotte dai carichi d'esercizio saranno notevolmente inferiori. Se dotiamo la fune superiore di una fune inferiore pretesa a curvatura opposta (stabilizzante), in caso di depressione tale seconda fune si comporta esattamente come se fosse una fune portante per il carico diretto verso l'alto. Ne consegue che non è più necessario usare manti di copertura che funzionino da zavorra, ma anzi si tende ad usare manti leggerissimi, che permettano di superare notevoli luci con forze di pretensione relativamente modeste.

Collegando tali funi con elementi verticali o diagonali si ha la forma definitiva della trave (fig. 2)

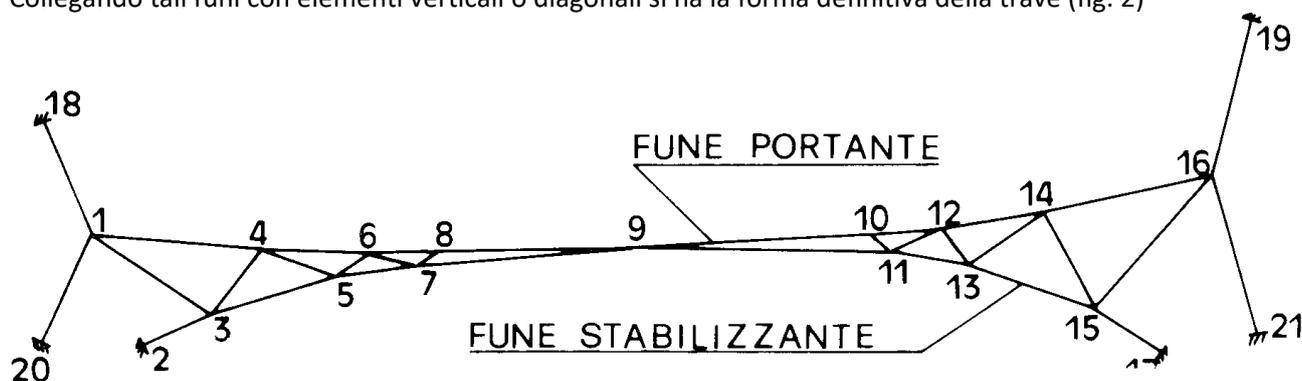


Figura 2 Generica trave di funi corrispondente all'input/output di esempio in questo articolo

Studio della forma

A differenza delle strutture ordinarie, la forma è diretta conseguenza delle tensioni e della geometria iniziale della trave e non esiste una soluzione univoca: al variare della geometria iniziale e delle forze di pretensione si ottengono diverse forme della trave. Anche se la ricerca di una forma è un problema essenzialmente architettonico, non è detto che il calcolo d'esercizio conforti tale scelta: in nessun'altra struttura il connubio forma-statica è così evidente.

La progettazione va quindi avanti a tentativi, pochi o molti a seconda dell'esperienza del progettista, sia per la prima fase di ricerca di una forma, che per la seconda di verifica sotto carico: un cattivo esito della seconda fase per eccessive deformazioni o per cattivo comportamento dinamico comporta una nuova ricerca formale, con notevole mole di calcoli, impossibili senza l'aiuto di un elaboratore capace e veloce.

Gli obiettivi da raggiungere sono essenzialmente i seguenti:

- dosare la pretensione in modo da mantenere la struttura possibilmente sempre tesa in tutte le sue parti per i carichi d'esercizio abituali;
- ottenere una bassa deformabilità per salvaguardare la sovrastruttura da rotture;
- raggiungere un buon comportamento dinamico onde evitare risonanze col vento.

Ci sono diversi modi per ricercare una geometria di pretensione ed in breve ne esponiamo le caratteristiche.

1) Possiamo partire da una trave di funi scarica di cui sono note le lunghezze iniziali delle aste e gli sforzi terminali agli ancoraggi: va impostato un sistema non lineare di $2 \times N$ equazioni in $2 \times N$ incognite quanti sono i nodi liberi della trave imponendo l'equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale dei nodi unitamente alla valutazione degli allungamenti delle aste.

2) Possiamo imporre lo sforzo voluto nelle varie aste e trovare la geometria che lo consenta: rispetto al caso precedente pur avendo sempre un sistema non lineare di $2 \times N$ equazioni in $2 \times N$ incognite si ricavano a posteriori le lunghezze iniziali delle aste.

3) Possiamo partire da una geometria non pretesa di cui siano note a priori le coordinate dei nodi e le forze di messa in tiro: è un problema che ammette infinite soluzioni e di cui possiamo dominare malamente la geometria finale e gli sforzi nelle aste che saranno noti solo alla fine.

4) Infine possiamo imporre che la componente orizzontale del tiro delle varie aste sia uguale per il nodo i -esimo e per i vari ordini di funi in modo da rendere soddisfatto in ipotesi iniziale l'equilibrio alla traslazione orizzontale dei nodi.

In tal modo posso fissare in modo del tutto arbitrario le ascisse e imporre l'equilibrio solo alla traslazione verticale con un normale sistema di equazioni lineare. Se indichiamo con $\Delta Z (ik)$ e $\Delta X(ik)$ le distanze riferite agli assi tra i nodi i, k e $H_0 (ik)$ la componente orizzontale di tiro delle varie aste sul nodo k , il sistema lineare di equazioni di equilibrio orizzontale e verticale si scrive come in appresso essendo per le ipotesi di partenza (fig 3)

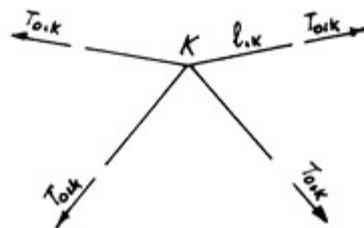


fig 3

$$\sum_i \frac{\Delta x_{ik}}{|\Delta x_{ik}|} H_{0ik} = 0, \quad H_{0ik} = \frac{|\Delta x_{ik}|}{l_{ik}} T_{0ik} \quad \sum_i H_{0ik} \frac{\Delta z_{ik}}{|\Delta x_{ik}|} = 0,$$

Figura 3 Schema di equilibrio del nodo generico "k"

Una volta trovate le coordinate $Z (ik)$ posso ricavarmi gli sforzi nelle varie aste con la seguente espressione

$$T_{0ik} = H_{0ik} \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta z_{ik}}{\Delta x_{ik}} \right)^2}$$

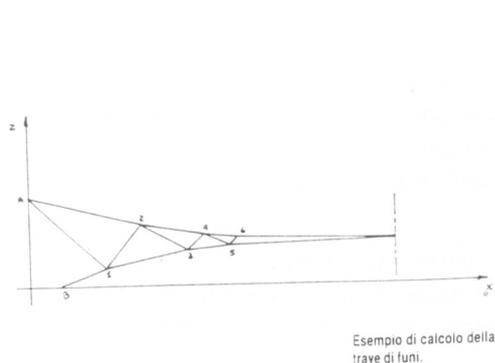
e da cui posso risalire alle lunghezze iniziali.

Per una trave Jawert ho tre ordini di cavi: quello superiore portante, quello inferiore stabilizzante e le aste diagonali e quindi dovrò fissare tre componenti orizzontali distinte H_{01}, H_{02} e H_{03} uguali ed opposte per le aste di uno stesso ordine che insistono nel generico nodo k . Per esempio supponiamo di eseguire un calcolo per una trave simmetrica.

Numerati i nodi e sfruttando la simmetria, si imposta il sistema di equilibrio verticale riassunto nello

Ing. Carmelo Cultraro e.mail carmelo.cultraro@tin.it

specchietto di fig. 4, ottenendo le incognite Z che mi permettono di disegnare in scala la trave ottenuta.



Equilibrio verticale nodo 1), nodo 2), ecc...

$$\begin{aligned}
 1) \quad & H_3 \left[\frac{z_A - z_1}{|x_A - x_1|} + \frac{z_2 - z_1}{|x_2 - x_1|} \right] + H_2 \left[\frac{z_B - z_1}{|x_B - x_1|} + \frac{z_3 - z_1}{|x_3 - x_1|} \right] = 0 \\
 2) \quad & H_3 \left[\frac{z_1 - z_2}{|x_1 - x_2|} + \frac{z_3 - z_2}{|x_3 - x_2|} \right] + H_1 \left[\frac{z_A - z_2}{|x_A - x_2|} + \frac{z_4 - z_2}{|x_4 - x_2|} \right] = 0 \\
 3) \quad & H_3 \left[\frac{z_2 - z_3}{|x_2 - x_3|} + \frac{z_4 - z_3}{|x_4 - x_3|} \right] + H_2 \left[\frac{z_1 - z_3}{|x_1 - x_3|} + \frac{z_5 - z_3}{|x_5 - x_3|} \right] = 0 \\
 4) \quad & H_3 \left[\frac{z_3 - z_4}{|x_3 - x_4|} + \frac{z_5 - z_4}{|x_5 - x_4|} \right] + H_1 \left[\frac{z_2 - z_4}{|x_2 - x_4|} + \frac{z_6 - z_4}{|x_6 - x_4|} \right] = 0 \\
 5) \quad & H_3 \left[\frac{z_4 - z_5}{|x_4 - x_5|} + \frac{z_6 - z_5}{|x_6 - x_5|} \right] + H_2 \left[\frac{z_3 - z_5}{|x_3 - x_5|} + \frac{z_7 - z_5}{|x_7 - x_5|} \right] = 0 \\
 6) \quad & H_3 \left[\frac{z_5 - z_6}{|x_5 - x_6|} \right] + H_1 \left[\frac{z_4 - z_6}{|x_4 - x_6|} + \frac{z_7 - z_6}{|x_7 - x_6|} \right] = 0 \\
 7) \quad & 2H_2 \left[\frac{z_5 - z_7}{|x_5 - x_7|} \right] + 2H_1 \left[\frac{z_6 - z_7}{|x_6 - x_7|} \right] = 0
 \end{aligned}$$

Figura 4 Sistema di equazioni da cui ricavare le coordinate verticali della trave pretesa e quindi la forma, disegnata a lato

A questo punto posso ripetere a piacere il calcolo variando di volta in volta le ascisse e/o le componenti di tiro fino ad approssimare la forma voluta.

Calcolo

La seconda fase consiste nel calcolo sotto carico, riducendo ai nodi tutte le possibili condizioni di carico previste, incluse le variazioni termiche: non è più possibile studiare il problema con esemplificazioni lineari e occorre ricorrere al calcolo non lineare.

Data la deformabilità delle strutture, bisogna suddividere il carico in steps e risolvere per ogni step un sistema non lineare di $2 \times N$ per $2 \times N$ equazioni verificando al termine di ogni calcolo l'equilibrio del singolo nodo per le nuove trazioni delle aste in esso convergenti: di solito tale equilibrio non è verificato e la differenza viene considerata come un carico fittizio da redistribuire sulla struttura nel successivo giro di approssimazione. Se il carico è suddiviso in steps di modesta entità la convergenza è abbastanza veloce entro le tolleranze fissate e si prosegue allo stesso modo fino a raggiungere il carico totale. Che tale procedimento sia obbligato lo si intuisce anche dal fatto che, man mano che la struttura viene caricata, essa diventa meno deformabile consentendo la rapida convergenza altrimenti impossibile per un carico dato in unica soluzione.

Non è possibile sovrapporre gli effetti e tutte le condizioni di carico vanno studiate singolarmente.

Nel caso di fig. 2 si ha una trave dissimmetrica a diagonali tese: carichi verticali diretti in basso comportano un aumento della pretensione sulla fune portante, una diminuzione della pretensione nella stabilizzante, alternativamente un aumento e una diminuzione della trazione iniziale nelle diagonali in base alla loro inclinazione: può succedere a qualcuna di queste di perdere totalmente la trazione iniziale e la conseguente necessità di eliminarla dal calcolo senza interrompere l'algoritmo.

Un normale programma considera l'asta in questione come un normale puntone, ma se intendiamo realizzare le diagonali con funi o tondini, per di più non vincolati agli estremi trasversalmente, è impossibile contare su di un tale funzionamento.

Si è pertanto realizzato un programma in Basic che risolve questa particolare struttura, e qui di seguito se ne descrivono le principali caratteristiche.

Il programma in questione permette il calcolo di una trave a nodi fissi anche se è facilmente simulabile il caso di vincoli elastici.

Fasi del procedimento:

- a) calcolo della pretensione e della forma della trave (programma autonomo A)
- b) verifica sotto i carichi di esercizio (programma autonomo B a cui il primo passa i dati geometrici e di pretensione asta per asta)

Le aste della travatura sono divise in gruppi per riconoscerne il tipo e cioè:

aste della fune portante	(codice P)
aste della fune stabilizzante	(codice S)
aste diagonali	(codice D)
aste di ammarro per la fune portante	(codice AP)
aste di ammarro per la fune stabilizzante	(codice AS)

Si fissano le ascisse di tutti i nodi della trave nonché le ordinate dei nodi di vincolo lasciando al programma A il calcolo delle ordinate dei nodi liberi imponendo l'equilibrio alla traslazione verticale.

Il sistema di equazioni che ne consegue trova le ordinate dei vari nodi e permette un primo disegno della trave (fig 4).

Tale fase è ripetibile più volte fin quando non si trova una forma consona alle esigenze architettoniche e strutturali. Variando opportunamente le inclinazioni delle diagonali, le ascisse e le componenti di tiro si ottengono infinite soluzioni tutte da verificare sotto carico; esiste la possibilità di ripartire dalla fase A se il comportamento non è soddisfacente. Le componenti di tiro orizzontale per la fune portante, stabilizzante e diagonali sono tra di loro indipendenti, cioè è possibile scegliere una terna di forze qualsiasi, mentre non è così per le funi o puntoni di ammarro. Infatti bisogna controllare che la componente orizzontale delle funi di ammarro, ad esempio di quelle della portante, sia in equilibrio, sul nodo di attacco, con tutte le componenti orizzontali delle aste della trave che convergono su quel nodo. Dato che il programma lavora su aste tese, i puntoni di ammarro (sui nodi 1 e 16 le aste 1-18 e 16-19, sono puntoni specularmente disegnati) sono simulati con tiranti fittizi di pari rigidezza. Effettuate tali operazioni e accettato il risultato il programma memorizza su disco tutti i dati della pretensione.

Si passa alla fase B assegnando il carico ai nodi suddiviso in steps sufficientemente piccoli.

Alla fine del singolo step di carico vengono aggiornate le coordinate dei nodi e le tensioni nelle aste e si passa allo step successivo. Se la tensione in un'asta cambia di segno, viene subito rilevata ed esclusa dal contributo all'equilibrio del nodo assegnandole uno sforzo nullo. Diversamente basta eliminare tale controllo per poter considerare anche il caso di aste compresse (è una scelta opzionale).

Alla fine di una sessione di calcolo è possibile visualizzare la deformata sulla pretensione iniziale, che appare tratteggiata amplificando la deformazione stessa per una migliore definizione (fig 5).

Risultati del calcolo non lineare



Fig.5 Copia video della trave deformata sulla pretensione iniziale (in tratteggio) per carico verticale

Comportamento dinamico

Una trattazione semplificata e assimilabile al caso di travi con sospensioni a cortina. Il problema essenziale sta nell'aver una frequenza propria lontana da quella del vento della zona, cosa che è possibile fare solo su basi statistiche. Supponendo il carico distribuito e costante, un'espressione semplice della pulsazione in funzione delle forze H_p e H_s delle funi portante e stabilizzante è:

$$\omega^2 = \frac{(H_p + H_s)}{\frac{P}{g}} \times \frac{\pi}{L^2}$$

essendo:

p = carico uniforme sulla trave

L = luce della trave

g = accelerazione di gravità

Dato che, per il comportamento già spiegato, la somma delle forze H_p e H_s risulta pressoché costante per le varie condizioni di carico, il periodo proprio T approssimato può esprimersi con la seguente espressione:

$$T = \frac{2 \times L}{\sqrt{\frac{g}{P} \times (H_p + H_s)}}$$

In pratica ci si ritiene soddisfatti per un periodo proprio inferiore ai 2,5 sec. Il comportamento migliora aumentando la pretensione, ma questo avviene a scapito delle opere di ancoraggio e di controspinta sul terreno.

Riguardo al tipo di collegamento in parete, le ricerche condotte da noti studiosi portano ad affermare senza alcun dubbio il miglior comportamento dei collegamenti diagonali rispetto a quelli verticali, soprattutto per lo smorzamento.

Note sull'algoritmo di calcolo

Le coordinate dei nodi sono riferite al sistema di assi cartesiani x, z .

Con l'indice i si individua il generico nodo della trave

Con l'indice k si individua il nodo caricato

$\Delta x(ik), \Delta z(ik)$ sono le distanze note delle proiezioni delle coordinate dei nodi i, k

$\Delta u(ik), \Delta w(ik)$ sono gli spostamenti incogniti secondo x, z del nodo k rispetto al nodo i

$\Delta(ik)$	è la sezione dell' asta (ik)
$H0(ik)$	è la pretensione iniziale dell'asta (ik)
$H(ik)$	è la tensione finale dell' asta (ik)
$\Delta H(ik)$	è la variazione di tiro nell' asta
$p(kx)$ e $p(kz)$	sono le forze esterne sul nodo k
α	è il coefficiente di dilatazione termica
Δt	è il salto termico dell' asta
$K(ik)$	è la radice quadra di $(1 + (\Delta z(ik) / \Delta x(ik))^2)$

Non si ritiene di riassumere qui la teoria che giustifica la validità delle equazioni seguenti, lasciando al lettore interessato la diretta consultazione dei testi citati in bibliografia e si parte direttamente dalle equazioni risolvanti, che sono:

- $\Delta H(ik) = EA(ik)/K(ik) \{ [u(i)-u(k)]/\Delta x(ik) + [w(i)-w(k)]/\Delta x(ik)[z(i)-z(k)]/\Delta x(ik) - \alpha \Delta t \}$
- $\sum \Delta x(ik) / |\Delta x(ik)| \Delta H(ik) + p(kx) = 0$
- $\sum \Delta x(ik) / |\Delta x(ik)| \{ H0(ik) \Delta w(ik) / [x(i)-x(k)] + \Delta H(ik) \Delta z(ik) / [x(i)-x(k)] \} + p(kz) = 0$

La prima è l'equazione allungamento-forza, mentre le altre due sono le equazioni di equilibrio. Sostituendo la prima nelle seconde:

$$\sum [x(i)-x(k)] / |x(i)-x(k)| EA(ik)/K(ik) \{ [u(i)-u(k)]/[x(i)-x(k)] + [w(i)-w(k)]/[x(i)-x(k)][z(i)-z(k)] - \alpha \Delta t \} + p(kx) = 0$$

→ per x

$$\sum [x(i)-x(k)] / |x(i)-x(k)| \{ H0(ik) \Delta w(ik) / [x(i)-x(k)] + EA(ik)/K(ik) \{ \Delta u(ik) / [x(i)-x(k)] + \Delta w(ik) / [x(i)-x(k)]^2 [z(i)-z(k)] - \alpha \Delta t \} [z(i)-z(k)] / [x(i)-x(k)] \} + p(kz) = 0$$

→ per z

Svolgendo un altro passaggio si arriva a:

$$\Delta u(ik) \sum \{ [x(i)-x(k)] / |x(i)-x(k)| EA(ik) / [K(ik)(x(i)-x(k))] \} + \Delta w(ik) \sum \{ [x(i)-x(k)] / |x(i)-x(k)| EA(ik) [z(i)-z(k)] / [K(ik)(x(i)-x(k))^2] \} = -p(kx) + \sum \{ [x(i)-x(k)] / |x(i)-x(k)| EA(ik) \alpha \Delta t / K(ik) \}$$

eq. N° 2

$$\Delta u(ik) \sum \{ EA(ik) / K(ik) [z(i)-z(k)] / (x(i)-x(k))^2 [x(i)-x(k)] / |x(i)-x(k)| \} + \Delta w(ik) \sum \{ [x(i)-x(k)] / |x(i)-x(k)| H0(ik) / [x(i)-x(k)] + EA(ik) / K(ik) (z(i)-z(k))^2 / [x(i)-x(k)]^3 \} = -p(kz) + \sum \{ [x(i)-x(k)] / |x(i)-x(k)| EA(ik) / K(ik) (z(i)-z(k)) / [x(i)-x(k)] \alpha \Delta t \}$$

eq. N° 3

Esaminando l'equazione relativa alla direzione x si estrae il coefficiente pivotale relativo al nodo k per lo spostamento u, che è dato dalla sommatoria rispetto ad «i» dei termini seguenti, mentre lo stesso termine vale quale coefficiente dello spostamento u del nodo i:

$$\sum -\{ EA(ik) \operatorname{sgn}[x(i)-x(k)] / [x(i)-x(k)] / K(ik) \}$$

sgn=segno di

Sempre dalla stessa equazione di equilibrio per x, il coefficiente pivotale del nodo k per lo spostamento w è dato dalla seguente sommatoria, mentre lo stesso termine vale da solo per il coefficiente misto dello spostamento w del nodo i:

$$\sum -\{ EA(ik) \operatorname{sgn}[x(i)-x(k)] [z(i)-z(k)] / [x(i)-x(k)]^2 / K(ik) \}$$

I termini che vengono dalla equazione di equilibrio relativa alla direzione z, danno la sommatoria dell'espressione seguente per lo spostamento u del nodo k, e al solito il valore singolo per il nodo i:

$$\sum -\{\text{sgn}[x(i)-x(k)]\{H_0/[x(i)-x(k)] + EA(ik)[z(i)-z(k)]^2/K(ik)/[x(i)-x(k)]^3\}$$

Il coefficiente relativo allo spostamento w del nodo k è dato dalla seguente sommatoria, e il valore singolo vale per il nodo i:

$$\sum -\{\text{sgn}[x(i)-x(k)]\{EA(ik)[z(i)-z(k)]/K(ik)/[x(i)-x(k)]^2\}$$

E' inclusa anche la variazione termica, vista come carico fittizio ai nodi.

In figura 6 si riassume il diagramma di flusso per la soluzione del problema matematico.

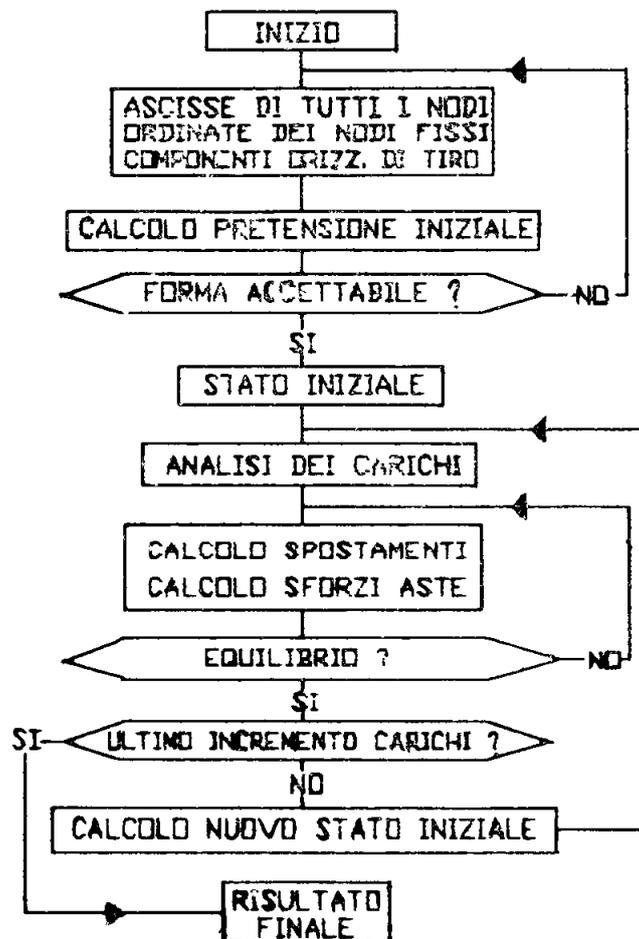


Fig.6 Diagramma di flusso del programma

Infine si presenta nelle figure 7, 8, 9, 10 un esempio di una sessione di calcolo relativa alla trave di cui alle figg. 2 e 5.

Si è validato il calcolo, tempo fa, inserendo la struttura pretesa nel software Sap2000, dando asta per asta tutte le pretensioni derivate dal programma A e verificando che i nodi fossero tutti in equilibrio con un calcolo a vuoto. In effetti le deformazioni erano quasi nulle dappertutto. Si è passati alla fase di carico e calcolo non lineare (elementi cable) con risultati assolutamente confrontabili. Data l'affidabilità del codice Sap, si è certi che i risultati del programma artigianale siano corretti.

Il programma gira in "Freebasic" in formato "console", non ha le finestre a cui ci ha abituato windows e non è, allo stato, distribuibile per un uso a prova di errore. Spero di avere tempo per inserire tutta la parte di interfaccia, su cui non sono ferrato.

DATI PRETENSIONE TRAVE: a / ESEMPIO

COORDINATE INIZIALI NODI		
NDDO	X	Y
1	220. 00	583. 25
2	440. 00	0. 00
3	740. 00	139. 53
4	970. 00	466. 55
5	1290. 00	308. 71
6	1420. 00	459. 50
7	1640. 00	376. 34
8	1720. 00	456. 65
9	2670. 00	480. 32
10	3620. 00	565. 81
11	3700. 00	449. 78
12	3920. 00	607. 32
13	4050. 00	388. 84
14	4370. 00	705. 52
15	4560. 00	209. 27
16	5120. 00	959. 24
17	4900. 00	0. 00
18	0. 00	1200. 00
19	5340. 00	2000. 00
20	0. 00	0. 00
21	5340. 00	0. 00

VINCOLI FISSI 6	
NODO	
2	
17	
18	
19	
20	
21	

ASTA	TIPO	NODI	PRETENSIONE (kg)	MODULO E (kg/cm ²)	SEZIONE (cm ²)	L. PRETENSIONE (m)	L. INIZIALE (m)
29	AP	1 20	38009. 78	1600000. 00	56. 00	623. 36	623. 10
31	AP	1 18	43100. 76	2100000. 00	97. 00	654. 82	654. 68
17	D	1 3	1149. 60	1600000. 00	65	663. 59	663. 40
9	P	1 4	33485. 91	1600000. 00	14. 50	756. 21	755. 12
1	S	2 3	13198. 34	1600000. 00	9. 10	330. 66	330. 56
18	D	3 4	1320. 90	1600000. 00	2. 65	416. 33	416. 20
2	S	3 5	12669. 01	1600000. 00	9. 10	575. 43	574. 93
10	P	4 6	32762. 39	1600000. 00	14. 50	450. 81	450. 18
19	D	4 5	1418. 23	1600000. 00	2. 65	366. 10	365. 97
20	D	5 6	739. 75	1600000. 00	2. 65	199. 09	199. 06
3	S	5 7	13101. 11	1600000. 00	9. 10	356. 47	356. 15
21	D	6 7	1699. 84	1600000. 00	2. 65	235. 19	235. 10
11	P	6 8	31597. 90	1600000. 00	14. 50	300. 01	299. 60
22	D	7 6	713. 77	1600000. 00	2. 65	113. 50	113. 48
4	S	7 9	14017. 75	1600000. 00	9. 10	1035. 23	1034. 24
12	P	6 9	32307. 17	1600000. 00	14. 50	950. 29	948. 97
13	P	9 10	33757. 36	1600000. 00	14. 50	953. 64	952. 45
5	S	9 11	12647. 15	1600000. 00	9. 10	1030. 45	1029. 56
23	D	10 11	1107. 02	1600000. 00	2. 65	140. 94	140. 91
14	P	10 12	33097. 02	1600000. 00	14. 50	302. 86	302. 43
24	D	11 12	1464. 00	1600000. 00	2. 65	270. 59	270. 50
6	D	11 13	12262. 88	1600000. 00	9. 10	355. 26	354. 96
25	D	12 13	1545. 70	1600000. 00	2. 65	254. 23	254. 13
15	P	12 14	33961. 67	1600000. 00	14. 50	460. 59	459. 92
26	D	13 14	1162. 42	1600000. 00	2. 65	450. 21	450. 08
7	S	13 15	12772. 64	1600000. 00	9. 10	540. 69	540. 22
27	D	14 15	2772. 38	1600000. 00	2. 65	531. 38	531. 03
16	P	14 16	34847. 80	1600000. 00	14. 50	791. 75	790. 56
28	D	15 16	1026. 15	1600000. 00	2. 65	935. 97	935. 75
8	S	15 17	14594. 45	1600000. 00	9. 10	399. 24	398. 84
32	AP	16 19	70021. 31	2100000. 00	97. 00	1063. 76	1063. 40
30	AP	16 21	57979. 96	1600000. 00	56. 00	984. 14	983. 51

LEGENDA	
A -	ASTA AMMARRO (AP per la portante AS per la stabilizzante)
P -	ASTA PORTANTE
S -	ASTA STABILIZZANTE
D -	ASTA DIAGONALE

Fig. 9 dati di input della trave di fig.2/5

Ing. Carmelo Cultraro e.mail carmelo.cultraro@tin.it

ANALISI TRAVE: a/ esempio					
CONDIZIONE DI CARICO N. 1					
NODO	Fx - EST	Fy - EST	Fx - TOT	Fy - TOT	
1	0. 000000E+00	0. 000000E+00	-0. 310000E+05	0. 512695E-02	
2	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
3	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
4	0. 000000E+00	-0. 500000E+03	0. 000000E+00	-0. 500004E+03	
5	0. 000000E+00	-0. 000000E+00	0. 976563E-02	0. 976563E-03	
6	0. 000000E+00	-0. 500000E+03	-0. 976563E-02	-0. 500001E+03	
7	0. 000000E+00	0. 000000E+00	-0. 976563E-02	-0. 317383E-02	
8	0. 000000E+00	-0. 500000E+03	-0. 100000E+04	-0. 500001E+03	
9	0. 000000E+00	-0. 500000E+03	0. 976563E-02	-0. 800001E+03	
10	0. 000000E+00	-0. 500000E+03	0. 999990E+03	-0. 500002E+03	
11	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	-0. 390625E-02	
12	0. 000000E+00	-0. 500000E+03	0. 976563E-02	-0. 500003E+03	
13	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 146484E-02	
14	0. 000000E+00	-0. 500000E+03	-0. 976563E-02	-0. 499999E+03	
15	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	-0. 195313E-02	
16	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 310000E+05	-0. 411377E-01	
17	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
18	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
19	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
20	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
21	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
NODO	COORDINATE FINALI NODI		SPOSTAMENTI NODALI (X,Y)		
	X	Y	Ux	Uy	
1	0. 219911E+03	0. 583235E+03	-0. 886993E-01	-0. 126953E-01	
2	0. 440000E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
3	0. 739521E+03	0. 139548E+03	-0. 792236E-01	0. 221558E-01	
4	0. 970011E+03	0. 486498E+03	0. 105591E-01	-0. 549527E-01	
5	0. 126990E+04	0. 308425E+03	-0. 982666E-01	-0. 287598E+00	
6	0. 142004E+04	0. 459076E+03	0. 405274E-01	-0. 428131E+00	
7	0. 163994E+04	0. 375572E+03	-0. 572510E-01	-0. 772064E+00	
8	0. 172006E+04	0. 455952E+03	0. 565186E-01	-0. 898407E+00	
9	0. 267023E+04	0. 475880E+03	0. 232910E+00	-0. 443601E+01	
10	0. 362003E+04	0. 565260E+03	0. 258789E-01	-0. 553345E+00	
11	0. 370018E+04	0. 449336E+03	0. 178711E+00	-0. 439423E+00	
12	0. 392001E+04	0. 607126E+03	0. 112305E-01	-0. 169331E+00	
13	0. 405017E+04	0. 389756E+03	0. 168213E+00	-0. 885010E-01	
14	0. 437002E+04	0. 705561E+03	0. 244141E-01	0. 377808E-01	
15	0. 456012E+04	0. 209349E+03	0. 115723E+00	0. 730133E-01	
16	0. 512014E+04	0. 959225E+03	0. 143555E+00	-0. 123901E-01	
17	0. 490000E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
18	0. 000000E+00	0. 120000E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
19	0. 534000E+04	0. 200000E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
20	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
21	0. 534000E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00	0. 000000E+00	
ASTA	PRETENSIONE	SFORZO FINALE	VARIAZIONE	Δt °C	COEFF.α
1	0. 165439E+05	0. 131983E+05	-0. 334460E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
2	0. 156937E+05	0. 126690E+05	-0. 302464E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
3	0. 152775E+05	0. 131011E+05	-0. 217637E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
4	0. 150762E+05	0. 140178E+05	-0. 105848E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
5	0. 150066E+05	0. 126472E+05	-0. 235944E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
6	0. 152256E+05	0. 122629E+05	-0. 296273E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
7	0. 159027E+05	0. 127726E+05	-0. 313002E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
8	0. 176137E+05	0. 145945E+05	-0. 301921E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
9	0. 302463E+05	0. 334859E+05	0. 323760E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
10	0. 300542E+05	0. 327624E+05	0. 270824E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
11	0. 300012E+05	0. 315979E+05	0. 159673E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
12	0. 300092E+05	0. 323072E+05	0. 229802E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
13	0. 301213E+05	0. 337574E+05	0. 363613E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
14	0. 302557E+05	0. 330970E+05	0. 281128E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
15	0. 307061E+05	0. 339617E+05	0. 325557E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
16	0. 316701E+05	0. 348478E+05	0. 317774E+04	0. 000000E+00	0. 000000E+00
17	0. 131459E+04	0. 114960E+04	-0. 164986E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
18	0. 181011E+04	0. 132090E+04	-0. 489213E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
19	0. 114405E+04	0. 141823E+04	0. 274177E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
20	0. 153149E+04	0. 739748E+03	0. 791737E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
21	0. 106906E+04	0. 169984E+04	0. 630783E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
22	0. 141670E+04	0. 713772E+03	-0. 704927E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
23	0. 176178E+04	0. 110702E+04	-0. 654761E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
24	0. 122996E+04	0. 146400E+04	0. 234036E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
25	0. 195558E+04	0. 154570E+04	-0. 409863E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
26	0. 140690E+04	0. 116242E+04	-0. 244478E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
27	0. 279674E+04	0. 277238E+04	-0. 243579E+02	0. 000000E+00	0. 000000E+00
28	0. 167138E+04	0. 102615E+04	-0. 645237E+03	0. 000000E+00	0. 000000E+00
29	0. 878371E+05	0. 380098E+05	-0. 498273E+05	0. 000000E+00	0. 000000E+00
30	0. 138675E+06	0. 579800E+05	-0. 806946E+05	0. 000000E+00	0. 000000E+00
31	0. 922695E+05	0. 431008E+05	-0. 491687E+05	0. 000000E+00	0. 000000E+00
32	0. 149894E+06	0. 700213E+05	-0. 798723E+05	0. 000000E+00	0. 000000E+00

Fig. 9 dati di output della trave di fig. 2/5

REAZIONI AI NODI FISSI		
NODO	REAZIONE X	REAZIONE Y
2	-0. 119685E+05	-0. 556779E+04
17	0. 124265E+05	-0. 785384E+04
18	-0. 144772E+05	0. 405974E+04
19	0. 144721E+05	0. 665094E+05
20	-0. 134102E+05	-0. 355656E+05
21	0. 129533E+05	-0. 565145E+05

Riferimenti bibliografici e documentazione:

- (1) MATILDI - FOTI - SOLLAZZO : *Tensostrutture e sistemi reticolari spaziali* - Collana Italsider
- (2) OTTO FREI : *Tensostrutture* - Collana Italsider
- (3) P.PETRANGELI : *Alcune considerazioni sulle Tensostrutture a curvatura contrapposta*
- (4) G. MAIER O. DE DONATO : *Sulla statica delle tensostrutture piane* - Costruz Metalliche 6/71
- (5) M. MAYOWIECKI : *Tensostrutture Sistema Jawert* - Acciaio 4/71
- (6) TENSOTECI SpA : *Particolari costruttivi e specifiche sui materiali*
- (7) E. PAPA : *Nuova piscina comunale di Verona* - Acciaio 6/80
- (8) C. CULTRARO : *Edificio per piscina in struttura d'acciaio con copertura in tensostruttura a fune*
Acciaio 9/84
- (9) C. CULTRARO : *Edificio per piscina in struttura d'acciaio con copertura in tensostruttura a fune*
Quarry and Construction 12/84

Fig. 10 reazioni vincolari della trave di fig.2/5 e bibliografia